

# Modelo numérico para el análisis no lineal de secciones prefabricadas construidas evolutivamente

## *Numerical model for the non linear analysis of precast and sequentially constructed sections*

Albert de la Fuente Antequera<sup>(1)</sup>, Antonio Aguado de Cea<sup>(2)</sup>  
Climent Molins Borrell<sup>(3)</sup>

Recibido / Received: 02/11/2007  
Aceptado / Accepted: 20/12/2007

### RESUMEN

En este artículo se presenta un nuevo modelo general para el análisis en el tiempo de secciones construidas evolutivamente y compuestas por varios materiales, tipo hormigón y acero, teniendo en cuenta las principales no linealidades del comportamiento de los mismos (fluencia no lineal, plastificación, abolladura...). El problema de las deformaciones diferidas del hormigón se resuelve atendiendo a un planteamiento basado en el método del coeficiente de envejecimiento aplicado *paso a paso*. Ello permite alcanzar excelentes resultados con intervalos de paso más dilatados en comparación con el método *paso a paso* aplicado de forma estricta, reduciendo los tiempos de cálculo y garantizando una mayor libertad en la duración de los intervalos de tiempo a emplear en cualquier tipo de sección.

**Palabras clave:** análisis seccional, fluencia y retracción, secciones evolutivas, secciones prefabricadas, secciones mixtas.

### SUMMARY

*In this article, a new general model for time analysis of sections composed by several materials, type concrete and steel, including the sequential process of construction and the main nonlinearities of the behaviour of the materials (nonlinear creep, yielding, buckling...) is presented. The problem of the deferred deformations of the concrete is solved by using the aging coefficient method applied step by step. This method allows reaching better results with expanded intervals of time than using the step by step method applied in a strict way. This leads to smaller times of calculation and a greater versatility in the discretization of time in any kind of section.*

**Key word:** sectional analysis, creep and shrinkage, sequentially constructed sections, precast sections, composite sections.

<sup>(1)</sup> Ingeniero de Caminos, Canales y Puertos. Doctorando del Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC

<sup>(2)</sup> Dr. Ingeniero de Caminos Canales y Puertos. Catedrático del Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC

<sup>(3)</sup> Dr. Ingeniero de Caminos Canales y Puertos. Profesor titular del Departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC

Persona de contacto / Corresponding author: albert.de.la.fuente@upc.es

## 1. INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años se ha comprobado que la prefabricación como alternativa para la construcción de estructuras de hormigón o mixtas es, en muchas ocasiones, la opción óptima debido a la rapidez de ejecución y la industrialización de la mayoría de los procesos que deben llevarse a cabo. Esto no solamente se cumple en obras del ámbito de la ingeniería civil sino también en el de la edificación. En éstas es frecuente el empleo de soluciones estructurales cuya sección resistente se concibe en distintos periodos de tiempo mediante la aparición de las diversas secciones parciales y cargas durante el proceso constructivo. El análisis de estas secciones es complejo, pues se está tratando con materiales de rigideces y comportamiento reológico completamente distintos, lo que da pie a fenómenos de índole diferida y redistribuciones tensionales en los tres niveles: fibra, sección y estructura; la mayoría de veces no despreciables y que conviene considerarlos tanto desde el punto de vista económico (racionalización y optimización de armado) como desde la vertiente estructural (deformabilidad vertical y/o lateral, pérdidas de pretensado, redistribución de esfuerzos...).

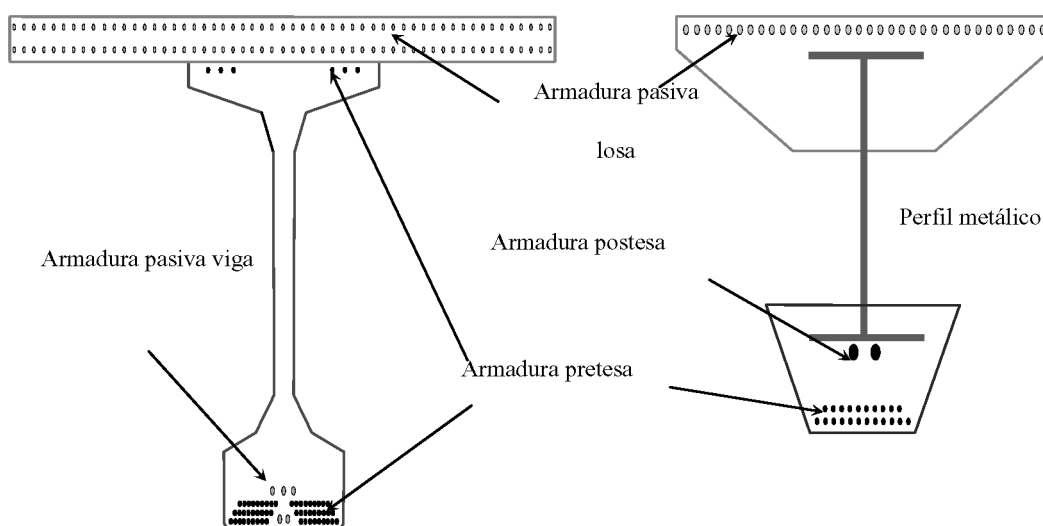
Dentro de todo este conjunto de secciones resulta interesante estudiar aquéllas que, por su gran componente evolutiva, su análisis no puede abordarse con los métodos manuales tradicionales. Un caso concreto lo protagonizarían las piezas prefabricadas pretensadas en taller y armadas con acero pasivo, completadas *in situ* con una losa de compresión hormigonada en una o varias fases; además, en ocasiones, todo el conjunto puede presolicitarse mediante armaduras postesas para dotarlo de una mayor rigidez a flexión y mejorar su comportamiento en servicio. O bien, secciones mixtas formadas por un perfil metálico parcial o totalmente embebido en una losa inferior de hormigón pretensada en taller que, finalmente, se completa con otra losa superior hormigonada *in situ* reforzada con acero pasivo. Por último, si las condiciones de deformabilidad impuestas por el ingeniero proyectista lo requirieran, se podrían emplear también armaduras postesas para proporcionar al conjunto mayor resistencia frente a las tracciones. En la Figura 1a y 1b se representa, de forma esquemática, una sección compuesta por dos hormigones distintos y una sección mixta hormigón y acero como las descritas, respectivamente.

La Figura 1 ilustra la dificultad que entrañan este tipo de secciones al abordar manualmente su diseño íntegro; pues, sin duda, pretender obtener las pérdidas de pretensado, verificar su idoneidad en servicio y en rotura puede ser tedioso dada las formas geométricas y configuración de materiales que se presentan, lo que se agrava sobremanera cuando la sección está fisurada o no trabaja en régimen lineal.

El diseño preciso de secciones construidas es complejo. Esta tarea implica el empleo de la metodología general *paso a paso* para resolver la ecuación integral de *Volterra* o bien, acudir a otros modelos reológicos basados en cadenas de *Kelvin* (método de *Dischinger*). No obstante, estos métodos son numéricamente costosos y requieren una inversión en tiempo por parte del ingeniero que, con las exigencias del mercado actual de la prefabricación, sólo se justifica en proyectos con procesos altamente evolutivos, que influyan enormemente en la ejecución y en la puesta en servicio de la estructura, por ejemplo en puentes en voladizos sucesivos.... Por ello, en la mayoría de los casos, los modelos simplificados presentan excelentes resultados con tiempos significativamente menores, que a la postre se invierten en la entrada de datos y la interpretación de los resultados.

En este artículo se presenta un modelo de cálculo basado en *Método del Módulo de Deformación Ajustado a la Edad*<sup>1</sup>, de aquí en adelante MMDAE, suficientemente contrastado y válido desde primeras edades hasta estados avanzados de carga dónde la respuesta de la sección es fuertemente no lineal. Para ello se ha tenido que recurrir a los modelos constitutivos adecuados para los materiales, a una formulación del fenómeno de fluencia válido para altos niveles de tensión y a una expresión del coeficiente de envejecimiento  $\chi$  adecuado para cualquier edad de puesta en carga para el hormigón como los propuestos en [2].

<sup>1</sup> Método inicialmente propuesto por Trost (1967) [1] bajo el principio de superposición que acepta una historia variable de tensiones y que puede evaluarse mediante la inclusión de un coeficiente de envejecimiento  $\chi$ . Se le conoce también como el método de Trost-Bazant.



Figuras 1a y 1b. Sección compuesta por dos hormigones y sección mixta hormigón-acero.

Todo el aparato de cálculo se ha implementado en Análisis Evolutivo de Secciones Simétricas AESS, escrito en código MATLAB, fruto de una tesina de especialidad [3] desarrollada en el departamento de Ingeniería de la Construcción de la UPC. Con éste se han llevado a cabo distintos análisis paramétricos y de sensibilidad y, en definitiva, está destinado a formar parte de una subrutina de un modelo de análisis estructural más completo.

En España ya se han presentado otros modelos de índole seccional basados en una metodología *paso a paso* como VSEC, desarrollado por M. Fernández Ruiz [2], SECSEER implementado por Ll. Torres Llinàs [4] y PERD por T. Módol [5]. Si bien, en el que se presenta en este trabajo cabe destacar, además de la inclusión de las principales contribuciones de cada uno de ellos referentes al comportamiento de los materiales y métodos de cálculo, las siguientes aportaciones:

- El empleo de los modelos constitutivos más avanzados para caracterizar el comportamiento instantáneo y diferido de los materiales; en particular, la ecuación constitutiva del hormigón se extiende hasta los 100 MPa de resistencia característica empleando las recomendaciones recogidas en [6].
- La verificación, de forma sistemática, de los estados límite de servicio de microfisuración y fisuración en todas las etapas constructivas de la sección. Asimismo, se aborda el análisis en rotura frente a sollicitaciones normales empleando la técnica de los diagramas de interacción Flector-Axil y Momento-Curvatura.
- El cálculo de la resistencia última a cortante considerando la sección realmente existente en cada etapa, las propiedades y configuración de los materiales y las cargas de pretensado aplicadas, una vez contabilizadas las pérdidas instantáneas y diferidas obtenidas tras el análisis en el tiempo.

Lo anteriormente expuesto se complementa con una entrada de datos ágil y fácil de manejar, junto a una salida de gráfica y numérica completa que permite un análisis exhaustivo de la sección sin llevar a cabo ningún tipo de simplificación. Si bien, en este artículo se hará especial hincapié en el análisis temporal de la sección.

En primer lugar se presentan los modelos constitutivos instantáneos y diferidos de los materiales a nivel de fibra, para luego integrar su comportamiento y obtener la respuesta a nivel sección. Se detallan los criterios empleados en la discretización de la sección y de los materiales que la componen. Asimismo, se presentan las bases para el análisis en rotura frente a sollicitaciones normales y, por último, se presenta un ejemplo de aplicación.

La casuística de secciones es grande y resulta imposible abordarlas de forma general en el presente documento. Por ello, sin pérdida de rigor, se ha seleccionado una sección prefabricada tipo artesa, pretensada y postensada en taller, y completada con una losa de compresión *in situ*. Se trata de una sección compuesta de un puente de vigas isostático con alta componente evolutiva. Dicho ejemplo pone de manifiesto el potencial del algoritmo para el cálculo en servicio y en

rotura de este tipo de secciones, las ventajas del modelo gracias a su fácil manejo, su interfaz gráfica y la presentación de los resultados.

## 2. MODELOS CONSTITUTIVOS DE LOS MATERIALES

### 2.1. Hormigón

En este trabajo, igual que en otros similares [4 y 7], las deformaciones diferidas se han englobado dentro del concepto de deformaciones no mecánicas  $\varepsilon_{cm}(t, t_0)$ , considerando como deformaciones mecánicas  $\varepsilon_{cm}(t_0)$  las producidas de forma instantánea en  $t_0$  por una tensión originada por las cargas aplicadas.

Luego, se pueden escribir las siguientes ecuaciones:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{cm}(t_0) + \varepsilon_{cm}(t, t_0) \quad (1)$$

$$\varepsilon_{cm}(t, t_0) = \varepsilon_\phi(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_s) + \varepsilon_T \quad (2)$$

donde:

$\varepsilon_c(t)$ : Deformación total en el instante  $t$ .

$\varepsilon_\phi(t, t_0)$ : Deformación del hormigón por fluencia en el intervalo  $t - t_0$ .

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ : Deformación del hormigón debida a la retracción entre el instante  $t$  y  $t_s$  (instante en el que se inicia la retracción).

$\varepsilon_T$ : Deformación del hormigón debida a los efectos térmicos.

Sin embargo, las ecuaciones (1 y 2) se modifican para su empleo en el modelo de fibras de hormigón que aquí se expone.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{cm}(t_0) + \Delta\varepsilon_c(t, t_0) \quad (3)$$

siendo:

$\Delta\varepsilon_c(t, t_0)$ : Incremento de deformación del hormigón en el intervalo  $t - t_0$ . Este incremento incluye deformaciones de origen mecánico debidas a las redistribuciones tensionales.

Los siguientes apartados se destinan a ilustrar cómo se procede al cálculo de estas dos componentes de la deformación del hormigón.

#### 2.1.1. Respuesta instantánea

Para caracterizar la respuesta instantánea de las fibras de hormigón comprimidas, se ha optado por emplear un diagrama tipo TTJ [8], cuya expresión es (4).

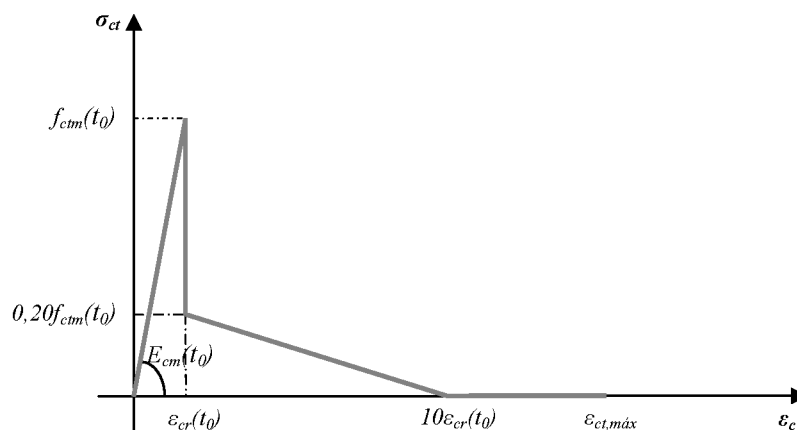


Figura 2. Diagrama constitutivo para el hormigón traccionado.

$$\sigma_c(t_0) = \frac{n \left( \frac{\varepsilon_{cm}(t_0)}{\varepsilon_c(t_0)} \right)}{(n-1) + \left( \frac{\varepsilon_m(t_0)}{\varepsilon_c(t_0)} \right)^{nk}} f_{cm}(t_0) \quad (4)$$

$$\text{con: } n = 0.8 + \frac{f_{cm}(t_0)}{17}, \quad \varepsilon_c = \frac{f_{cm}(t_0)}{\varepsilon_{cm}(t_0)} \cdot \frac{n}{n-1}$$

$$\text{y } k = 0.67 + \frac{f_{cm}(t_0)}{62} \geq 1,0$$

$f_{cm}(t_0)$ : Resistencia media a compresión del hormigón en el instante inicial  $t_0$ .

$E_{cm}(t_0)$ : Módulo de deformación longitudinal medio del hormigón el instante inicial  $t_0$ .

El uso de este diagrama se justifica porque reproduce de forma fiel el comportamiento en compresión de hormigones no confinados, con  $f_{ck}$  comprendidas entre los 25-100 MPa.

Para el estudio de los estados de servicio es particularmente importante la consideración de la capacidad resistente del hormigón traccionado. Para ello, se modela su comportamiento acudiendo a un diagrama como el presentado en la Figura 2.

Donde  $f_{ctm}(t_0)$  es la tensión media de fisuración de la fibra en el instante inicial de aplicación de la carga y  $\varepsilon_{cr}(t_0)$  es la deformación de ésta para la cual se alcanza dicha tensión.

El régimen lineal instantáneo en tracción del hormigón se caracteriza empleando los parámetros  $f_{ctm}(t_0)$  y el módulo de deformación medio del hormigón  $E_{cm}(t_0)$ . Una vez superada la tensión máxima a tracción se activa el mecanismo de colaboración del hormigón traccionado entre fisuras "Tension Stiffening", que se simula con dos tramos rectos: el primero corresponde a una pérdida instantánea de tensión del 80% para la deformación  $\varepsilon_{cr}(t_0)$  y otra pérdida lineal de tensión hasta una deformación de  $10\varepsilon_{cr}(t_0)$  [9] para la que el hormigón deja de trabajar a tracción. Este régimen se prolonga hasta una deformación  $\varepsilon_{ct,máx}$  (apartado 3.5).

### 2.1.2. Respuesta diferida

#### a) Estrategia empleada

El conocimiento de la respuesta diferida del hormigón pasa por la obtención del término  $\Delta\varepsilon_c(t, t_0)$ , que incluye término mecánico y no mecánico de las deformaciones diferidas del hormigón. Éstos se recogen en ecuación integral de Volterra (5), que a la vez es fruto de considerar un comportamiento viscoelástico y lineal del hormigón [10]:

$$\Delta\varepsilon_c(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{cm}(t_0)} \varphi(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{1 + \varphi(t, \tau)}{E_{cm}(\tau)} d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{cs}(t, t_s) \quad (5)$$

donde:

$\sigma_c(t_0)$ : Tensión en la fibra de hormigón en el instante inicial de aplicación de la carga.

$\varphi(t, t_0)$ : Coeficiente de fluencia de la fibra de análisis.

$d\sigma_c(\tau)$ : Evolución de la historia de tensiones en el hormigón.

**Nota:** En la ecuación integral (5) el coeficiente de fluencia  $\varphi(t, \tau)^2$ , no se refiere al módulo de deformación del hormigón a los 28 días de edad  $E_{cm}(28)$ , tal como se hace en el CEB - FIB y otras instrucciones que siguen su planteamiento (EHE, por ejemplo). Ello se debe a que el modelo adoptado en éstas para el coeficiente de fluencia  $\varphi_{CEB}(t, \tau)$  se calibró en base a una campaña de probetas cargadas a los 28 días de edad; por ello, el uso de este modelo debe ir acompañado de un coeficiente corrector de modo que la expresión definitiva para el coeficiente  $\varphi(t, \tau)$  a emplear sea:

$$\varphi(t, \tau) = \varphi_{CEB}(t, \tau) \frac{E_{cm}(\tau)}{E_{cm}(28)} \quad (6)$$

El módulo de deformación empleado  $E_{cm}(\tau)$  en (5 y 6) es el secante al nivel de tensiones existente en la fibra de análisis. Si bien, cuando la tensión existente en ésta es inferior al 40%

<sup>2</sup> Para cualquier instante de tiempo comprendido entre  $t_0$  y  $t$ .

de la resistencia media característica  $f_{cm}(\tau)$ , el comportamiento es lineal y, por lo tanto, el módulo a emplear es el tangente al origen. Asimismo el empleo de la ecuación constitutiva (4) para la respuesta instantánea del hormigón, como se hace en este trabajo, permite eludir hacer tal distinción entre el régimen lineal y el no lineal, conduciendo a un análisis tensional completamente continuo.

La resolución de la ecuación integral (5) conduce a la discretización directa de la misma en intervalos de tiempo tan pequeños como precisa se desee la solución, tal como se procede en los métodos *paso a paso*. Sin embargo, para el presente estudio se considera oportuno el empleo del *MMDAE*, a partir del cual se discretiza una etapa cualquiera de la siguiente forma:

$$\Delta \varepsilon_c(t, \tau_0) = \varphi(t, \tau_0) \frac{\sigma(t_0)}{E_{cm}(t_0)} + \sum_{i=1}^{npasos} \Delta \sigma_c(t, t_i) \left[ \frac{1 + \chi(t, t_i) \varphi(t, t_i)}{E_{cm}(t_i)} \right] + \varepsilon_{cs}(t, t_s) \quad (7)$$

La ecuación (7) distingue las siguientes componentes:

1. La deformación de fluencia debida a la carga instantánea en  $t_0$ :  $\varphi(t, t_0) \sigma_c(t_0) / E_{cm}(t_0)$ .
2. La deformación de origen instantáneo debido al incremento de tensión en el intervalo:  $\Delta \sigma_c(t, t_i) / E_{cm}(t_i)$ .
3. La deformación de fluencia producida por el incremento de tensión en el intervalo:  $\Delta \sigma_c(t, t_i) \chi(t, t_i) \varphi(t, t_i) / E_{cm}(t_i)$ .
4. La deformación de retracción  $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$ .

El coeficiente de envejecimiento  $\chi$  es un factor reductor que tiene en cuenta que el coeficiente de fluencia decrece con la edad de aplicación de la carga (envejecimiento del hormigón). De esta forma se reduce el valor de  $\varphi$ , que corresponde a un tiempo de la aplicación de la carga  $t_0$  para tener en cuenta que el incremento de tensión  $\Delta \sigma_c(t, t_i)$  se aplica gradualmente entre  $t_i$  y  $t$ .

La aplicación parte de una situación inicial de equilibrio para alcanzar otro estado final de equilibrio diferido, a través de tres etapas distintas. Ello se logra a través de las relaciones clásicas de equilibrio de tensiones y planeidad de deformaciones, de acuerdo con las siguientes premisas:

1ª La primera fase corresponde a dejar deformar libremente la fibra de hormigón una cantidad  $\Delta \varepsilon_c^*(t, t_s)$  correspondiente a los fenómenos de la fluencia y de la retracción. Este incremento es de origen no mecánico y se aplica sin ningún tipo de coacción (sin compatibilidad entre fibras adyacentes). La ecuación (8) recoge esta deformación y se aplica en la ecuación constitutiva de la fibra de hormigón tal como se representa en la Figura 3.

$$\Delta \varepsilon_c^*(t, t_s) = \varepsilon_{cm}(t_0) \varphi(t, t_0) + \varepsilon_{cs}(t, t_s) \quad (8)$$

2ª En la segunda fase se modifica la ecuación constitutiva de la fibra de hormigón acorde con el módulo ajustado a la

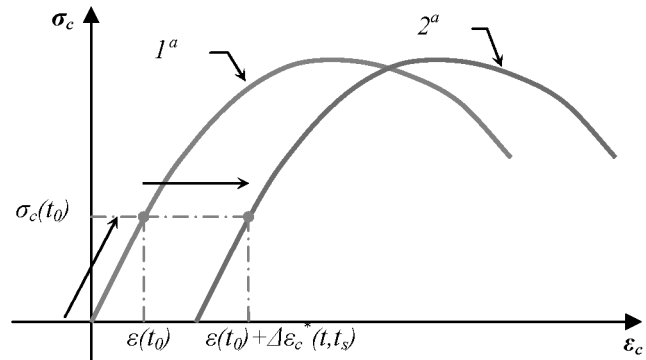


Figura 3. Deformación libre de la fibra de hormigón debida a la fluencia y a la retracción.

edad  $E_{ef}(t)$ , calculado según la ecuación (9), que se aplicará al incremento de tensión que se produce en el intervalo. En la Figura 4 se recoge esta etapa de cálculo.

$$E_{ef}(t) = \frac{E_{cm}(t_0)}{1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0)} \quad (9)$$

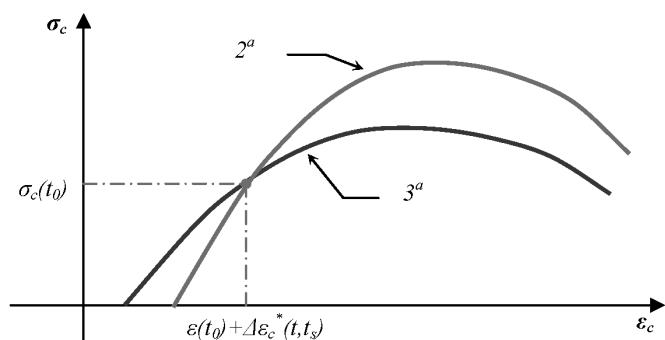


Figura 4. Aplicación del módulo de deformación longitudinal ajustado a la edad.

3ª La tercera y última fase consiste en imponer las condiciones de compatibilidad entre las fibras de toda la sección, teniendo en cuenta el módulo de rigidez ajustado a la edad de cada fibra que se ha calculado en la segunda fase. La ecuación constitutiva del hormigón en esta etapa se modifica de la siguiente forma para hallar las tensiones en el estado diferido, resultando la ecuación (10).

$$\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c(t) + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0) \varepsilon_{cm}(t_0) - \Delta \varepsilon_c^*(t, t_s)) \quad (10)$$

Esta ecuación consiste en una traslación del origen de coordenadas de la ecuación constitutiva del hormigón para poder tener en cuenta, a la vez, las tres etapas descritas en un solo proceso iterativo de cálculo. De este modo se alcanza un óptimo entre número de operaciones a realizar y tiempo de cálculo, lo que permite discretizar las etapas de cálculo en un mayor número de intervalos para alcanzar una mayor precisión.

En la Figura 5 se muestra el último paso a seguir para completar el procedimiento de cálculo de la respuesta diferida de la fibra de hormigón:



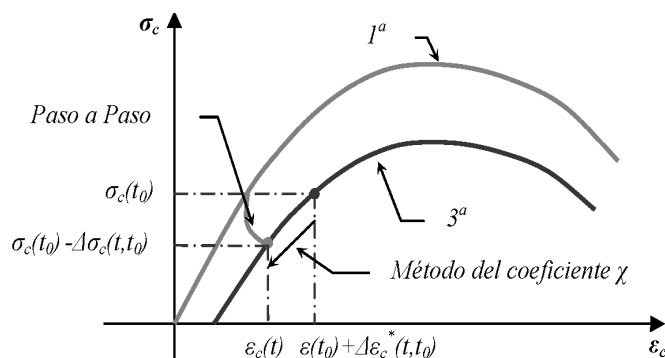


Figura 5. Imposición de compatibilidad entre fibras adyacentes.

Si se ha elegido el coeficiente de envejecimiento  $\chi$  adecuado, el estado tensional al final del intervalo de cálculo coincide con el obtenido mediante el método paso a paso.

#### – b) Formulación del coeficiente de envejecimiento $\chi$

La principal ventaja del método del coeficiente de envejecimiento radica en que dicho coeficiente prácticamente no varía en función de la tensión. De hecho, en algunos casos, como el de la relajación pura, es independiente de la tensión. Este coeficiente se puede calcular de forma suficientemente aproximada a partir de algunos modelos ya publicados por el CEB-FIB o por el GEHO [12]. El CEB-FIB propone un valor de  $\chi$  sólo para largo plazo mientras que el GEHO lo propone exclusivamente para edades tempranas. En este trabajo se emplea la formulación propuesta en [2], dónde se ajusta el valor del coeficiente  $\chi$  a partir de la expresión propuesta en el CEB-FIB para largo plazo y, para edades tempranas, se adopta un valor de 0,90. Ello conduce a resultados suficientemente realistas para cualquier tipo de hormigón en estas circunstancias. Por lo tanto, considerando una transición lineal se obtiene una expresión (11) directa de evaluar para el coeficiente de envejecimiento  $\chi$ .

$$\chi(t, t_0) = 0,90 + \left( \frac{\sqrt{t_0}}{1 + \sqrt{t_0}} - 0,90 \right) \frac{t - t_0}{t} \quad (11)$$

Si la fibra está sometida a altas tensiones, suficientes para provocar fluencia no lineal, el coeficiente de envejecimiento debe corregirse adecuadamente para contemplar dicho fenómeno. En [2] se ha realizado un estudio detallado del fenómeno y se ha logrado ajustar, en base a un modelo parametrizado en el que se han variado los distintos parámetros involucrados en el coeficiente de fluencia, una expresión para la evaluación del coeficiente de envejecimiento no lineal  $\chi_{nlin}$  para análisis a largo plazo (12):

$$\chi_{nlin} \left( \frac{\sigma_c(t_0)}{f_{cm}(t_0)}, t_\infty, t_0 \right) = \frac{\sqrt{t_0}}{1 + \sqrt{t_0}} \left( 1 - 100 \left( \frac{\sigma_c(t_0)}{f_{cm}(t_0)} - 1 \right) \right) \quad (12)$$

#### – c) Concepto de tiempo equivalente

Las tensiones internas causadas por las deformaciones diferidas que experimenta el hormigón se producen de forma gra-

dual en el intervalo de tiempo considerado y no al principio o al final de dicho intervalo. Por esta razón, este incremento de la tensión  $\Delta\sigma_c(t, t_0)$  debe ser aplicado en un instante equivalente  $t_{eq}$  tal que se desarrolle únicamente  $\chi$  veces la fluencia total desde el comienzo del proceso. De esta forma, se procede análogamente a un método *paso a paso*, con un gran paso efectuado en el instante adecuado (Figura 6).

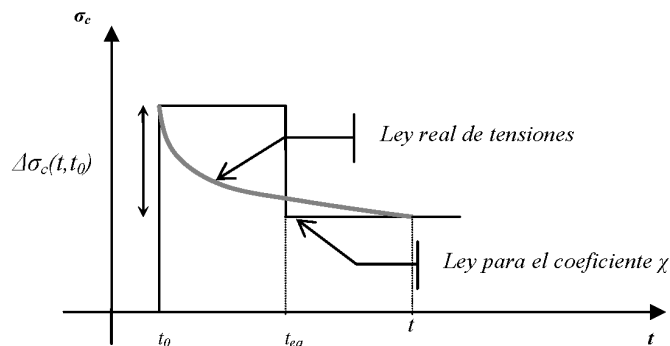


Figura 6. Escalón de tensiones empleado para aproximar la ley de tensiones real.

El tiempo equivalente  $t_{eq}$  se calcula resolviendo la ecuación no lineal (13).

$$\frac{1}{E_{cm}(t_0)} \left( 1 + \chi(t, t_0) \varphi(t, t_0) \right) = \frac{1}{E_{cm}(t_{eq})} \left( 1 + \varphi(t, t_{eq}) \right) \quad (13)$$

#### – d) Fluencia a altas tensiones

En la mayoría de las estructuras del ámbito de la ingeniería civil se cumple que las tensiones del hormigón, en servicio, no superan el 40% de la resistencia media del hormigón ( $f_{cm}$ ), donde el comportamiento del hormigón es prácticamente lineal y es posible aplicar el principio de superposición. Sin embargo, en casos de transferencia de la fuerza de pretensado en edades tempranas, pueden desarrollarse tensiones superiores a dicho valor.

Para poder abordar el análisis evolutivo del hormigón sometido a tensiones superiores al 40% de su resistencia media, debe modificarse la predicción lineal del coeficiente de fluencia  $\varphi(t, t_0)$ . Para ello se emplea la expresión (14) propuesta en [13].

$$\varphi_{nlin} \left( t, t_0, \frac{\sigma_c(t_0)}{f_{cm}(t_0)} \right) = \left( 1 + 2 \left( \frac{\sigma_c(t_0)}{f_{cm}(t_0)} \right)^4 \right) \varphi(t, t_0) \quad (14)$$

$\varphi_{nlin} \left( t, t_0, \frac{\sigma_c}{f_{cm}} \right)$ : Coeficiente de fluencia no lineal.

## 2.2. Armadura activa

### 2.2.1. Comportamiento instantáneo

Existen diferentes propuestas para la modelización de la curva tensión – deformación para la armadura activa. De entre ellas, se emplea la formulación de Ramberg-Osgood debido a

su buen ajuste con los resultados experimentales, la sencillez analítica de su expresión y por no ser una función definida por intervalos. Dicha curva adopta la siguiente expresión:

$$\sigma_p = E_p \varepsilon_p \left( A + \frac{1-A}{\left[ 1 + (B \varepsilon_p)^C \right]^{\frac{1}{C}}} \right) \leq f_{pu} \quad (15)$$

donde:

$E_p$ : Módulo de deformación del acero activo.

$\varepsilon_p$ : La deformación del acero activo.

$f_{pu}$ : La tensión última del acero activo.

Los valores usuales de  $A$ ,  $B$  y  $C$  son 0,025, 118,0 y 10,0 respectivamente.

### 2.2.2. Comportamiento diferido. Pérdidas de fuerza de pretensado

Para el cálculo de la pérdida de tensión de las armaduras activas por relajación, se considera el modelo clásico logarítmico

recogido en la actual instrucción EHE [14] y empleado por otros autores en sus modelos de análisis estructural, como en [15].

Por otra parte, al tratarse de un modelo de análisis fibra a fibra en el tiempo, que tiene en cuenta el pretensado como una deformación impuesta que produce unas tensiones internamente autoequilibradas, se deberán formalizar las bases empleadas para el cálculo de pérdidas de pretensado, tal como se entienden en este trabajo, así como cada término que las componen.

El proceso seguido para el cálculo de las pérdidas de pretensado, tanto instantáneas como diferidas, se muestra en las Figuras 7 y 8, respectivamente.

El algoritmo de la Figura 7 también es válido para las pérdidas en las armaduras postesas; bastaría con añadir el término referente a pérdidas por rozamiento y sumar todas las pérdidas.

En base a las Figuras 7 y 8 se desprende que:

1. Se distingue entre pérdidas instantáneas (iniciales) y diferidas. Las primeras se deben al acortamiento instantáneo al transferir y a la penetración de cuñas. En cambio, las segundas son las producidas por la relajación del mismo acero activo y a la propia reología del hormigón. Si bien, la relajación

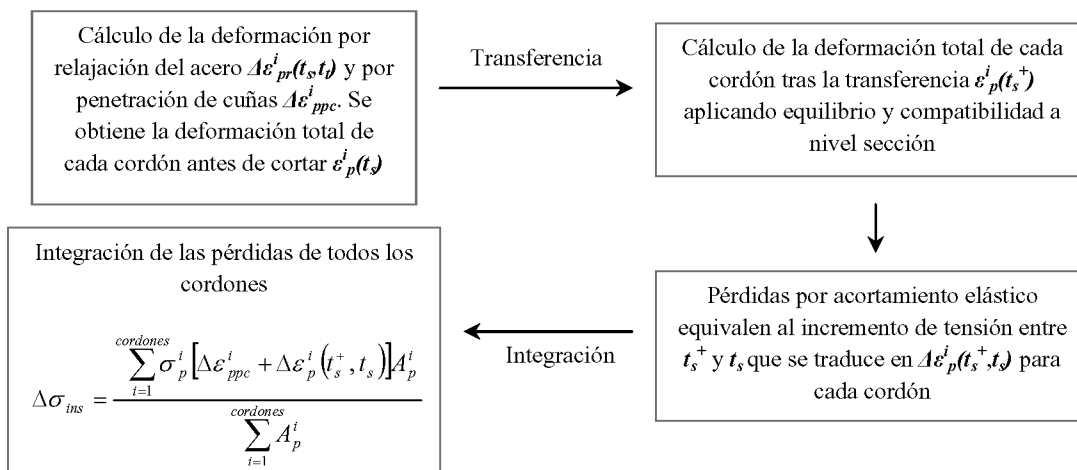


Figura 7. Algoritmo empleado para el cálculo de pérdidas instantáneas de fuerza de pretensado en el acero activo.

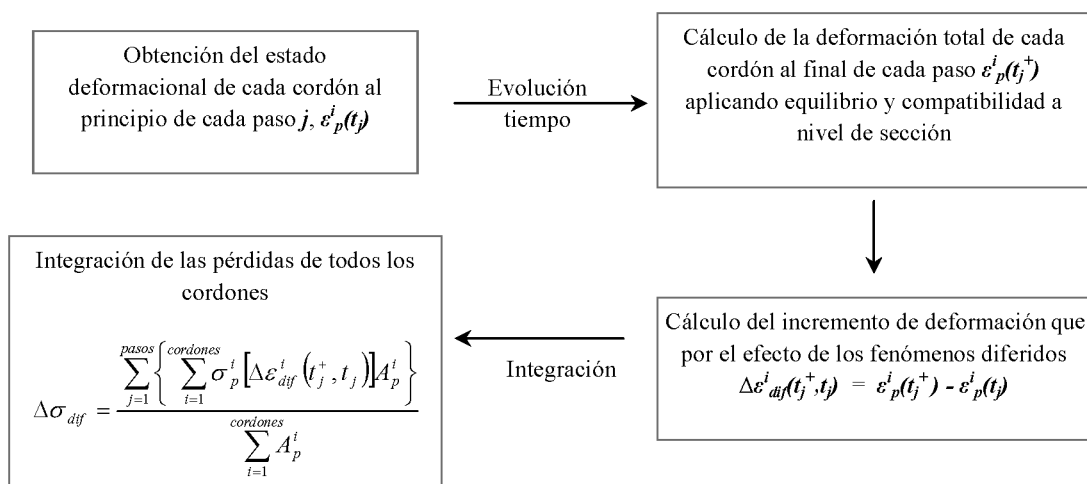


Figura 8. Algoritmo empleado para el cálculo de pérdidas diferidas de pretensado.

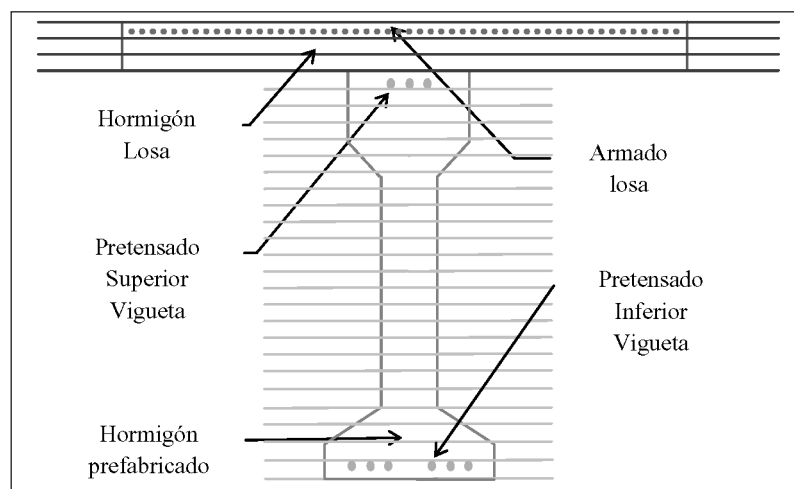


Figura 9. Ejemplo de discretización de una sección compuesta por dos hormigones.

deformarse junto con el hormigón y asimilar las tensiones que migran del hormigón fruto de las redistribuciones tensionales que hay a nivel seccional.

Tanto para compresión como en tracción se ha optado por emplear un modelo elástico perfectamente plástico sin considerar el posible endurecimiento por deformación.

## 2.4. Acero estructural

El modelo empleado para el acero estructural de perfiles metálicos responde a un diagrama de tipo trilineal elastoplástico sin endurecimiento. El mismo se modifica adecuadamente para tener en cuenta el posible desarrollo de inestabilidad por abolladura del panel comprimido.

del acero activo empieza a desarrollarse desde el momento del tesado del elemento de tensión.

2. El modelo considera el comportamiento de cada unidad de tensión independientemente entre sí (sin considerar un elemento de tensión equivalente), con lo que se obtiene una deformación total en cada capa de pretensado. Sin embargo, el algoritmo discierne entre deformación mecánica y deformación no mecánica; ésta última es la que debe entenderse como pérdida diferida de la fuerza de pretensado en el tiempo, añadiendo, al total, las de naturaleza instantánea que, en este caso, si que tienen un origen tensional y se obtienen en la etapa inicial de transferencia.

## 2.3. Armadura pasiva

La armadura pasiva está embebida en el hormigón e interactúa con él en el proceso evolutivo, de modo que hay compatibilidad entre las deformaciones del acero y del hormigón que le rodea ya que se considera que la adherencia es perfecta y no se producen deslizamientos relativos. Por ello, basta con considerar su comportamiento instantáneo ya que no sufre fenómenos diferidos intrínsecos, sino que se limita a

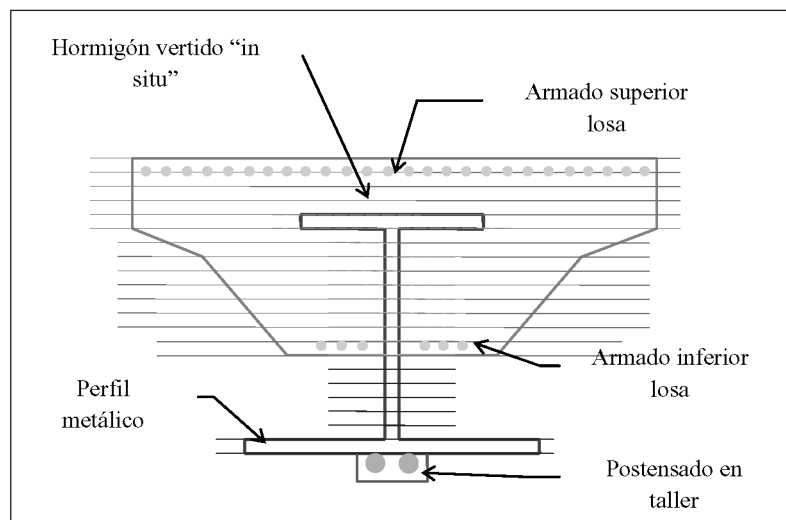


Figura 10. Ejemplo de discretización de una sección mixta hormigón-acero pretensada.

## 3. MODELO PARA EL ANÁLISIS DE SECCIONES

### 3.1. Consideraciones generales

El modelo de análisis seccional por fibras que se ha empleado en este estudio verifica las siguientes hipótesis:

- Las secciones inicialmente planas antes de ser sometidas a una acción, continúan siendo planas después de la aplicación de una carga o de una deformación impuesta.
- Las deformaciones originadas por las tensiones tangenciales son despreciables. En consecuencia, no se han considerado.
- Adherencia perfecta entre los materiales que constituyen la sección. Ello es aplicable a distintas tipologías de armaduras (después de la inyección en el caso de cables postesados adherentes) y a secciones construidas evolutivamente, ya sea añadiendo hormigones u otros materiales.
- Los esfuerzos se aplican en un plano de simetría de la sección, originándose una situación de flexocompresión recta.

### 3.2. Convenio de signos. Idealización de la sección

La sección de estudio se discretiza en capas paralelas entre sí y perpendiculares al eje de simetría. Las capas están compuestas exclusivamente de un solo material, aunque se pueden superponer diversas capas para representar distintos materiales situados en la misma ordenada. Por otro lado, existe la posibilidad de modelar armaduras y refuerzos externos como capas sin grosor. Asimismo, la sección se analiza tomando como eje de referencia la fibra inferior de la sección, independizándose así el análisis de la posible variación del baricentro con el tiempo. Todo ello permite simular la construcción evolutiva de secciones compuestas por varios hormigones o mixtas de hormigón y acero.



En las Figuras 9 y 10 se muestran ejemplos de discretización de secciones constituidas por diversos materiales. Si bien, se han escogido estos ejemplos por su gran componente evolutiva, pues el modelo es general y puede abordar piezas con solamente una sección parcial compuesta por un solo hormigón y/o acero (pilares, vigas sin losa, perfiles metálicos...).

El convenio de signos empleado para la idealización de la sección es el siguiente:

- Los flectores que comprimen la fibra superior de la sección son los positivos.
- Los axiles que comprimen la sección son los positivos.
- Las deformaciones que provocan tensiones de tracción son positivas.

### 3.3. Equilibrio y Compatibilidad

El *equilibrio* entre las tensiones de la sección discretizada en filamentos paralelos entre sí, las armaduras en puntos, y los esfuerzos externos se obtiene de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$N \approx \sum_{i=1}^{bandas} \sigma_{c,i} A_{c,i} + \sum_{i=1}^{pret} \sigma_{pret,i} A_{pret,i} + \sum_{i=1}^{pas} \sigma_{pas,i} A_{pas,i} + \sum_{i=1}^{estr} \sigma_{estr,i} A_{estr,i} + \sum_{i=1}^{estr} \sigma_{estr,i} A_{estr,i} \quad (16)$$

$$M \approx \sum_{i=1}^{bandas} y_{c,i} \sigma_{c,i} A_{c,i} + \sum_{i=1}^{pret} y_{pret,i} \sigma_{pret,i} A_{pret,i} + \sum_{i=1}^{pas} y_{pas,i} \sigma_{pas,i} A_{pas,i} + \sum_{i=1}^{estr} y_{estr,i} \sigma_{estr,i} A_{estr,i} \quad (17)$$

donde:

- $N$ : Axil externo aplicado.
- $M$ : Momento externo aplicado.
- $\sigma_{c,i}$ : Tensión en la fibra  $i$  – ésima de hormigón.
- $A_{c,i}$ : Área relativa a la fibra  $i$  – ésima de hormigón.
- $y_{c,i}$ : Altura del centro de gravedad del área relativa a la fibra  $i$  – ésima de hormigón.
- $\sigma_{pret,i}$ : Tensión en la capa  $i$  – ésima de acero activo.
- $A_{pret,i}$ : Área total de la capa  $i$  – ésima de acero activo.
- $y_{pret,i}$ : Altura del centro de gravedad de la capa  $i$  – ésima de acero activo.
- $\sigma_{pas,i}$ : Tensión en la capa  $i$  – ésima de acero pasivo.
- $A_{pas,i}$ : Área total de la capa  $i$  – ésima de pasivo activo.
- $y_{pas,i}$ : Altura del centro de gravedad de la capa  $i$  – ésima de acero pasivo.
- $\sigma_{estr,i}$ : Tensión en la fibra  $i$  – ésima de acero de perfiles metálicos.

$A_{estr,i}$ : Área total de la fibra  $i$  – ésima de acero de perfiles metálicos.

$y_{estr,i}$ : Altura del centro de gravedad de la fibra  $i$  – ésima de acero de perfiles metálicos.

La *compatibilidad*, se expresa analíticamente en la ecuación (18).

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_0 + \frac{1}{r} y \quad (18)$$

donde:

- $y$ : Es la distancia considerada a la fibra de referencia.
- $\varepsilon_0$ : Es la deformación en la fibra de referencia.
- $1/r$ : Es la curvatura de la sección parcial considerada.

### 3.4. Discretización del tiempo

La discretización del tiempo se ha llevado a cabo definiendo una serie de etapas, las cuales representan instantes en los que se aplica alguna acción externa o simplemente hay un cambio en las condiciones de vinculación.

Entre las distintas etapas se calculan los efectos que los fenómenos diferidos causan a la sección empleando el MMDAE; de este modo, se obtienen las nuevas distribuciones tensionales y de deformaciones en la sección al inicio y al final de cada etapa considerada. De forma general, el modelo de análisis de secciones distingue las siguientes etapas:

1. *Transferencia* del pretensado y aplicación del peso propio.
2. *Hormigonado* de la losa.
3. *Tesado* de los tendones de armadura *postesa* e *inyección* de las vainas.
4. Aparición de las *cargas muertas*.
5. *Descimbrado* de la estructura.
6. Aparición de las *sobrecargas a corto y largo plazo*.

Todos estos tiempos característicos pueden combinarse de distintos modos según el proceso constructivo adoptado para la estructura en cuestión, las cargas y los requerimientos establecidos.

Para efectuar la discretización de las etapas en un método paso a paso existen varias propuestas. En el Boletín 142 del CEB [16] se propone la ecuación (19), que permite obtener el valor final de cada paso  $t_i$  con respecto al instante inicial  $t_0$  en el que se modifica alguna condición de contorno. Lógicamente, en cada etapa debe reiniciarse la discretización tomando el origen de tiempo en el inicio de la misma  $t_0$ .

$$t_i - t_0 = 10^{1/m} (t_{i-1} - t_0) \quad (19)$$

### 3.5. Deformaciones máximas. Diagramas de interacción

El modelo de cálculo presentado para el análisis seccional se ha empleado también para la construcción de diagramas de interacción. En éstos se ha tenido en cuenta los coeficientes de minoración de las resistencias y las leyes constitutivas de los materiales para realizar la comprobación de los estados límite último frente a solicitaciones normales. Para ello, ha sido necesaria la definición de pivotes de agotamiento acordes con la RPX-95 [17] más una serie de criterios propios que se exponen a continuación:

- *Hormigón en compresión.* Deformación máxima -3,5‰ en flexocompresión y del -2,0‰ para la compresión pura. La deformación del hormigón en tracción sin armadura  $\varepsilon_{ct,max}$  no se define en la RPX-95 ni en la actual instrucción EHE por lo que se adopta un valor de 10,0‰.
- *Acero estructural en compresión.* Deformación máxima -1,2‰ si existe la posibilidad de abolladura (sección esbelta) siendo  $\varepsilon_y$  la deformación asociada al límite elástico, y -10,0‰ en caso contrario (sección compacta).
- *Acero estructural en tracción.* Se acepta una deformación máxima de  $5\varepsilon_y$ .
- *Acero pasivo y activo.* En tracción se adopta un 10,0‰ como deformación máxima, mientras que en compresión, al estar embebido en el hormigón, será éste quién sea limitativo.

## 4. SECCIÓN DE PUENTE PREFABRICADO DE VIGAS ISOSTÁTICO CONSTRUIDO EVOLUTIVAMENTE

### 4.1. Introducción

El ejemplo de aplicación trata de una sección compuesta por dos hormigones distintos: una parte prefabricada y pretensada en taller, a la cual se le aplica un postensado posterior para aumentar su rigidez y hacer frente a las tracciones que la solicitan, y otra constituida por una losa de compresión completada in situ. La puesta en obra de dicha losa se considerará de forma (a) apeada y (b) no apeada, ambas hormigonadas en una sola fase. Se compararán y analizarán los resultados de la sección final desde sus primeras horas de vida hasta la rotura de la misma. Se ha seleccionado este ejemplo porque ha sido usado anteriormente en [7] utilizando otro modelo de análisis evolutivo basado en el método *paso a paso* para resolver la integral de *Volterra*.

Es objeto de este ejemplo obtener, en función de la variable temporal, los siguientes resultados:

- El estado tensodeformacional de los materiales, con o sin el apeo de la viga prefabricada, y conocer las pérdidas de pretensado a corto y a largo plazo suponiendo que se cortan los cordones a una edad temprana (3 días) o a una edad superior, en la que el hormigón alcanza una resistencia cercana a la contractual de proyecto (6 días).
- El momento de fisuración y descompresión de la sección compuesta atendiendo al proceso constructivo empleado.

- La respuesta última de la sección frente a solicitaciones normales comparando los valores obtenidos por el diagrama de interacción y el diagrama momento-curvatura de la sección, y, analizando las diferencias que presenten ambas respuestas.
- Se estudian tres casos distintos que se diferencian entre sí por alguno de los procesos constructivos que intervienen en la concepción de la sección transversal:

*Caso 1:* En primer lugar se analiza un caso que pudiera considerarse “estándar” o de referencia, en el cual, tomando como origen de tiempos en el tesado de la armadura en bancada, se hormigona la viga al día siguiente; cinco días después (día 6) se transfiere el pretensado a la viga, y dos días más tarde (día 8) se efectúa el postesado de la misma, inyectándose la vaina al día siguiente (día 9). Una vez transportada la viga a obra y colocada en su posición sobre el puente, el (día 60) se hormigona la losa de compresión en una sola fase, sin estar la viga apeada. Al cabo de un mes aproximadamente (día 90) se considera que actúan las cargas muertas (pavimento, aceras, barandillas...). A partir de ahí se deja fluir el puente con estas cargas hasta los (20.000 días), en los que se le aplican las sobrecargas, se calculan las pérdidas de pretensado y la capacidad resistente de la sección en su configuración final.

*Caso 2:* El segundo caso difiere del caso de referencia en que se considera una edad de transferencia del pretensado de (3 días) con una configuración no apeada de la viga durante el hormigonado de la losa.

*Caso 3:* El tercer caso consiste en resolver el problema suponiendo el apeo total de la estructura durante la ejecución de la losa de compresión y que el corte de los cordones de pretensado es a los (6 días). El resto de actuaciones sobre la sección se aplican a la misma edad y con las mismas cargas que el caso de referencia.

### 4.2. Datos para el análisis de la sección

Se trata de un puente de trazado recto, de 12,0 m de anchura total y 29,78 m de luz, cuya sección transversal está constituida por tres vigas artesa, de 1,10 m de canto y 2,80 m de anchura superior, separadas 4,6 m entre ejes y unidas superiormente por una losa de compresión de 0,25 m de espesor. Se realiza el análisis seccional de la viga central, con la parte correspondiente de losa.

En la Figura 11 se acotan los valores más significativos de la geometría de la sección del ejemplo con su armado activo y pasivo. En la Tabla 1 se recogen los parámetros constitutivos de los materiales de la sección.

En la Tabla 2 aparecen las distintas edades (tiempos) y cargas actuantes (momentos) empleados para el análisis en cada situación constructiva.

### 4.3. Presentación de los resultados del análisis evolutivo

En cuanto a los resultados más significativos cabe destacar la evolución de las tensiones en las fibras extremas de la

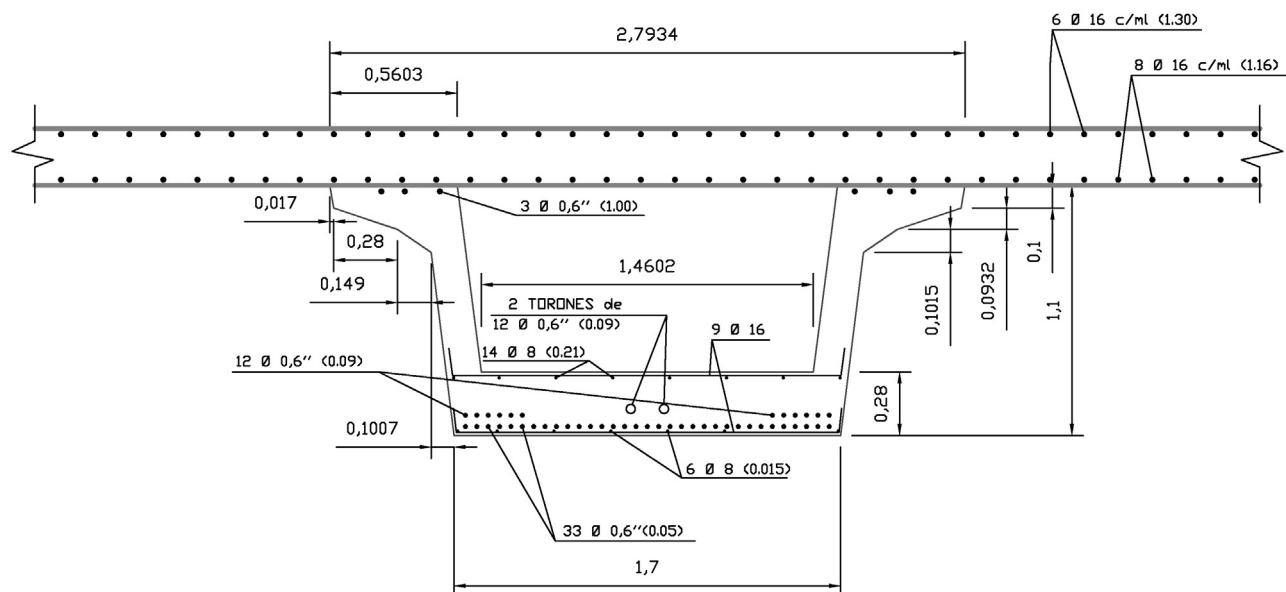


Figura 11. Sección empleada en el análisis.

Tabla 1. Propiedades de los materiales

Materiales	
Hormigón viga	$f_{ck} = 42,5$ MPa
Hormigón losa	$f_{ck} = 25$ MPa
Acero activo	1.700/1.900 MPa
Tensión de tesado	1.400 MPa
Módulo elástico cordones	200 GPa
Relajación a las 1000 h	2%
Relajación a 1.000.000 h	6%
Humedad relativa	60%

Tabla 2. Tiempos característicos y momentos externos actuantes (acumulados)

	Configuración no apeada		Configuración apeada	
	Tiempos (días)	Momento (KNm)	Tiempos (días)	Momento (KNm)
Transferencia Pretensado	3/6	2.625,7	6	2.625,7
Postesado	8		8	
Inyección de la vaina	9		9	
Hormigonado losa	60	5.815,2	60	5.815,2
Descimbrado	-	-	75	
Cargas muertas	90	7.211,4	90	7.211,4
Sobrecarga a largo	20.000	11.135,5	20.000	11.135,5

viga para los distintos casos analizados plasmadas en la Figura 12.

Bajo la configuración no apeada de la losa, la viga trabaja a niveles de tensión de compresión razonables, dándose el valor máximo de ésta, -22,3 MPa, en la fibra superior de la misma al hormigonar la losa. Sin embargo, la relación  $\sigma_c / f_{cm,j}$  máxima se da en la fibra inferior de la viga al postesar la misma; ello provoca la evolución de deformaciones por fluencia no lineal ( $\sigma_c / f_{cm,j} > 0,40$ ). Es en estos casos, en los que considerar dicho fenómeno con una formulación como la propuesta en este trabajo tiene especial interés; sobretodo a lo que se refiere al cálculo de pérdidas de pretensado. No se prevé la aparición de microfisuras por compresión ya que no se supera el valor límite normalmente considerado como umbral ( $\sigma_c / f_{ck,j} = 0,59 < 0,60$ ), con  $f_{ck,j}$  de -32,1 MPa a los 8 días.

Las tracciones en la fibra inferior de la viga son similares en los tres casos, siendo mayores a largo plazo cuando se transfiere el pretensado a los 3 días (3,0 MPa), lo que se debe

a una mayor pérdida por acortamiento elástico, ya que el hormigón tiene un menor módulo de deformación  $E_c$  que en el resto de casos (transferencia a los 6 días) y se acorta más. Sin embargo, tampoco debe temerse por la fisuración de la fibra inferior del hormigón, pues se estima una resistencia a tracción a los 20.000 días de 4,0 MPa.

En la Tabla 3 se recogen las tensiones de la fibra inferior de la viga tras la transferencia del postesado para el caso de referencia y en el instante de aplicación de la sobrecarga a largo plazo en la situación apeada. Las mismas se comparan con las obtenidas por el modelo propuesto por Marí et al. [7].

Tabla 3. Tensión en la fibra inferior de la viga al postesar

	PERD	AESS
$\sigma_{inf}$ tras postesado (MPa)	-19,7	-19,1
$\sigma_{inf}$ tras sobrecarga (MPa)	0,9	1,0

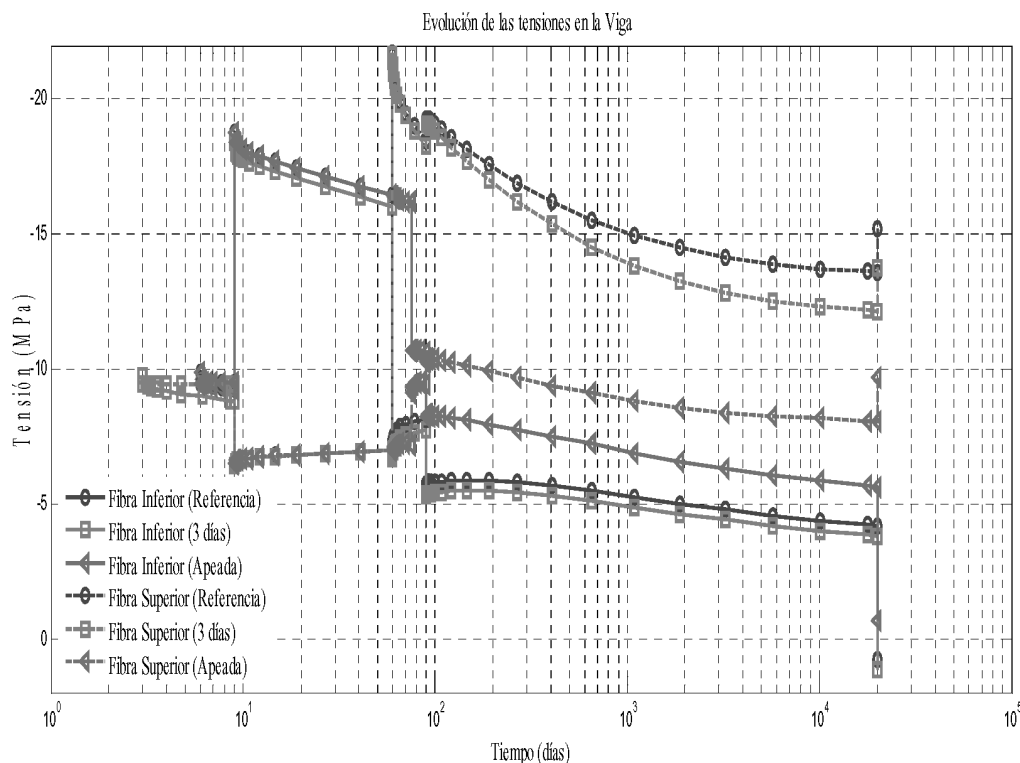


Figura 12. Representación de la evolución de las tensiones en las fibras extremas de la viga.

A la luz de los resultados, se observa que la diferencia entre ambos valores es del 3,1%, para la tensión tras la transferencia del postesado y del 11,0% tras la aplicación de la sobrecarga, lo que es debido al uso de distintos modelos para simular el comportamiento reológico del hormigón y distintos parámetros de endurecimiento para obtener el módulo de deformación del hormigón con el tiempo. Si bien, a efectos prácticos, en ninguno de los dos casos se produce la microfisuración del hormigón por compresión ni la fisuración por tracción de la fibra inferior de la sección.

Con la configuración no apeada de la estructura la losa trabaja a niveles de compresión relativamente bajos, como se muestra en la Figura 13

Las únicas tensiones que debe soportar la losa son las debidas al arrastre por fluencia de la viga prefabricada, la coacción que ejercen las armaduras pasivas a la libre deformación por retracción y fluencia de la losa y, por último, las carga muertas. No obstante, éstas últimas ya se aplican sobre la sección compuesta (caso no apeada). No sucede lo mismo en el caso

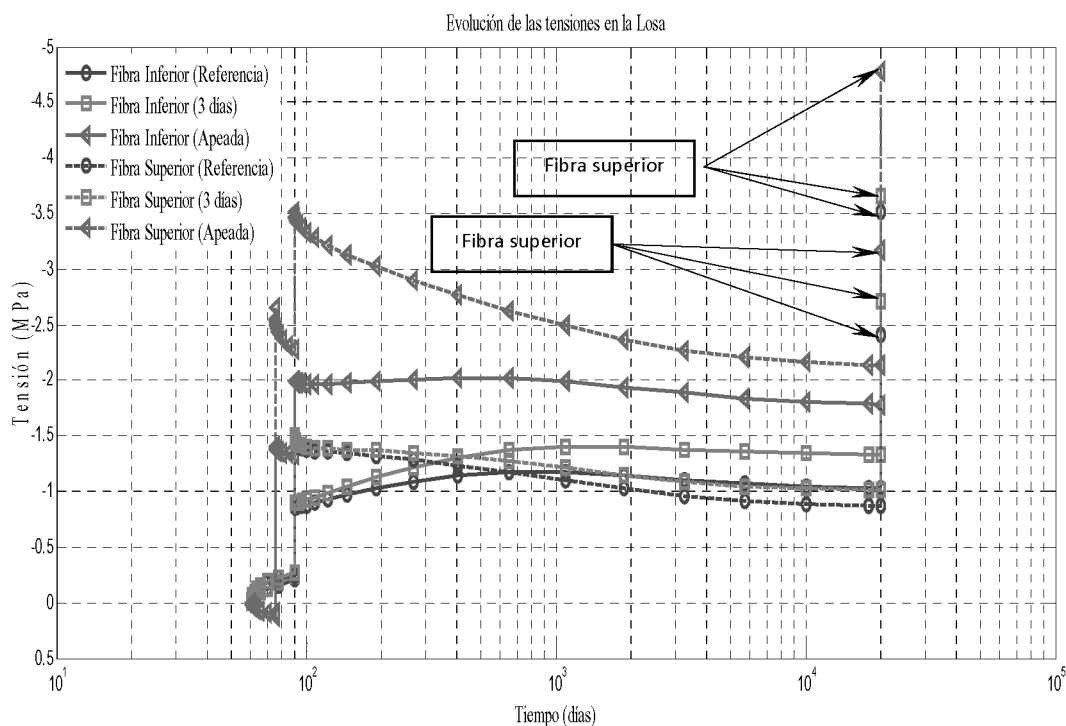


Figura 13. Evolución de las tensiones en las fibras extremas de la losa.

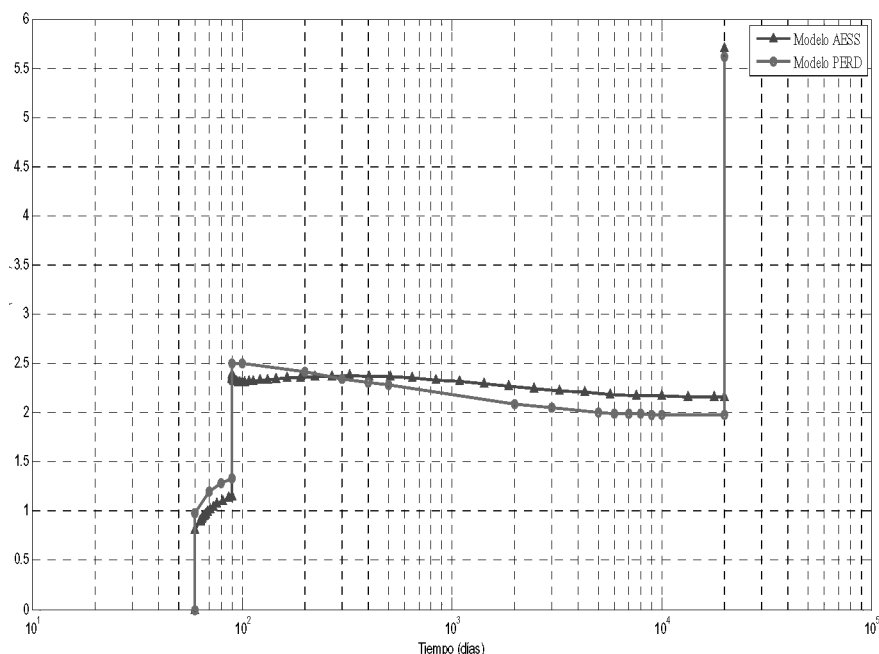


Figura 14. Ley de tensiones de la fibra superior de la losa según el modelo considerado.

apeado, donde, además de las cargas anteriormente mencionadas, actuaría el peso propio de la losa sobre la sección compuesta, provocando mayores tensiones de compresión en las fibras extremas de ésta respecto a la configuración no apeada.

Tras la ejecución de la losa, bajo la configuración apeada, se generan unas tensiones de tracción de hasta 0,2 MPa antes de retirar las cimbras. Ello se debería al impedimento que ejercen las armaduras de la losa a la libre deformación por retracción de la misma; si bien, también podría considerarse el efecto del encofrado de fondo, que no se tiene en cuenta en este modelo y que también conduciría a un aumento de estas tensiones de tracción y, por lo tanto, existiría una probabilidad no nula de fisuración de la losa.

En la Figura 14 se recoge la ley tensión-tiempo de la fibra

superior de la losa para el caso de referencia atendiendo al modelo AESS y al modelo PERD.

Nótese que tras la aparición de las cargas muertas ambas leyes de tensión parecen tener una tendencia ligeramente distinta, aunque los valores de las tensiones no diverjan en más de 0,5 MPa. Ello se debe a las leyes de fluencia y retracción adoptadas en cada modelo, así como al esquema adoptado para la resolución del problema temporal (paso a paso en PERD y paso a paso con coeficiente de envejecimiento para AESS). Si bien, ambas tendencias tienden a converger a largo plazo, dando tensiones prácticamente iguales al aplicar la sobrecarga a largo plazo.

Las armaduras pasivas embebidas en la viga (Figura 15) se comprimen a partir de la transferencia del pretensado.

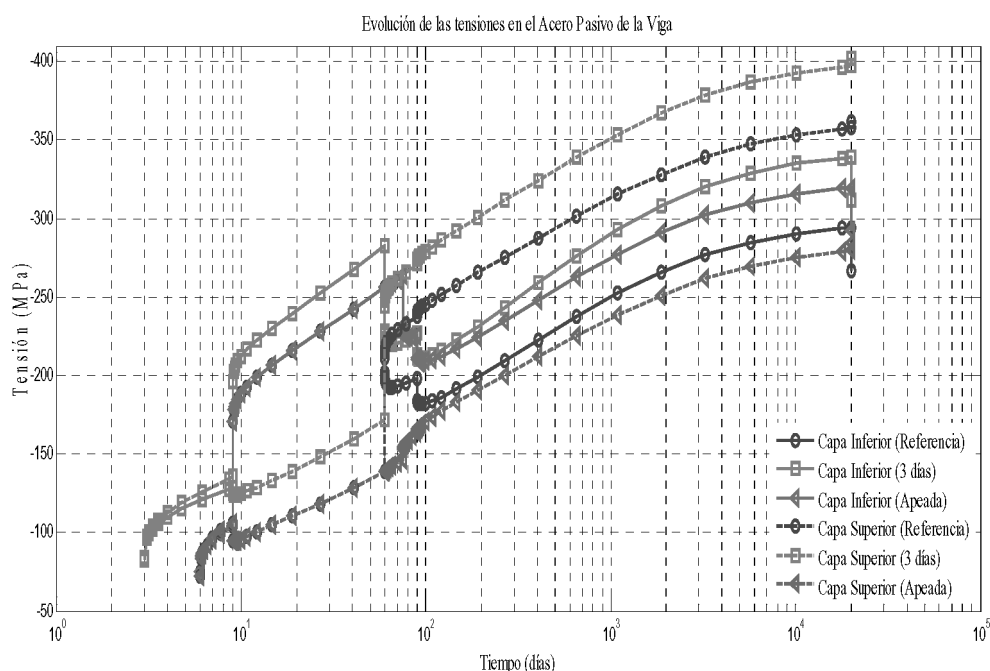


Figura 15. Evolución de las tensiones en las capas extremas de armadura pasiva de la viga.



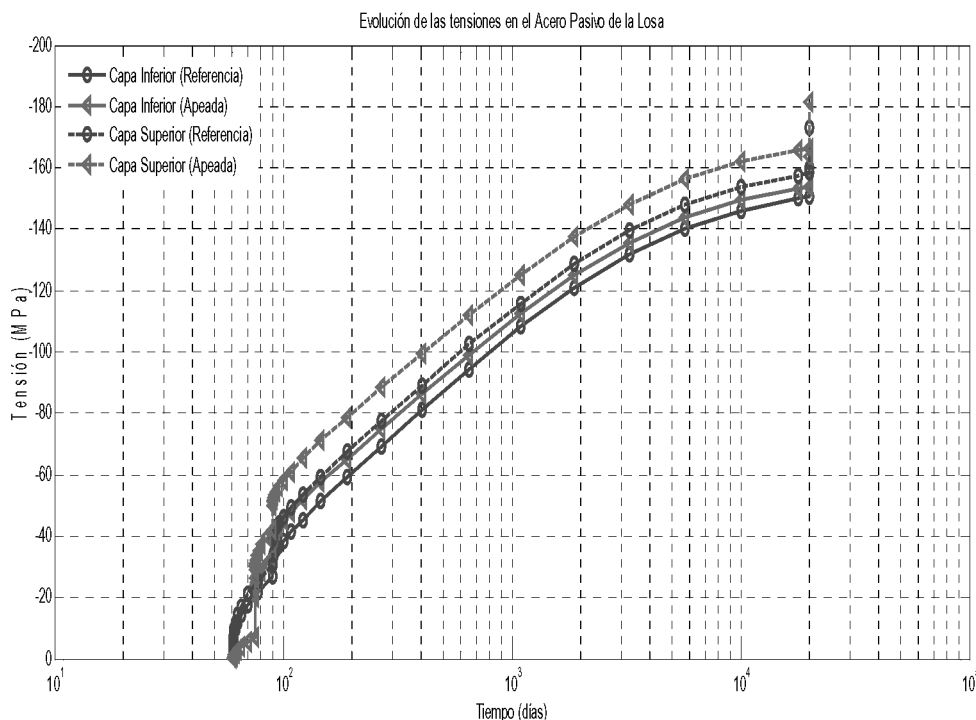


Figura 16. Evolución de las tensiones en las capas extremas de armadura pasiva de la losa.4

Tabla 4. Tensiones a largo plazo en MPa para la capa inferior de acero de pretensado

	Referencia	Transferencia 3 días	Viga apeada
<b>Armadura pretesa inferior</b> ( $\sigma_{po} = 1400$ MPa)	1.039,9 (-25,7%)	1.001,9 (-28,4%)	1.017,5 (-27,3%)

Además, deben absorber tanto las tensiones que migran del hormigón de la viga por la coacción que ejercen a la deformación por sus fenómenos reológicos como por las tensiones que se redistribuyen entre éste y la losa.

Las tensiones de compresión del acero pasivo son superiores en el caso de transferencia a los 3 días; pues, el acortamiento de la viga es superior y las deformaciones por fluencia que se desarrollan posteriormente, también. Además, el peso propio de la losa recae, exclusivamente, sobre la viga prefabricada. En este caso, la capa superior se comprime desde los -211,7 MPa tras cargar la losa de compresión, hasta los -358,5 MPa antes de aplicar la sobrecarga a largo plazo. En cambio, en el caso apeado, al trabajar conjuntamente la sección compuesta, estas tensiones son de -138,5 MPa tras ejecutar la losa y de -278,7 antes de aplicar la sobrecarga.

Lo mismo sucede con las armaduras pasivas de la losa (Figura 16)<sup>3</sup>, si bien, éstas no se comprimen al mismo nivel que las de la viga, ya que no sufren el efecto directo del pretensado.

Las armaduras de la losa también se comprimen, tanto por el efecto de las cargas exteriores como por las redistribuciones de tensiones entre la viga y losa y, en ésta, entre el hormi-

gón y el acero pasivo embebido. Las mayores compresiones en el acero se alcanzan cuando la construcción se realiza de forma apeada. En este caso, el peso propio de la losa recae sobre la sección compuesta y no sobre la viga, como sucede en el caso no apeado. De este modo, las tensiones de compresión más elevadas se dan en la capa superior, siendo de -50,0 MPa tras aplicar las cargas muertas y de -166,5 MPa antes de aplicar la sobrecarga. En la capa inferior éstas son de -38,3 MPa y de -153,4 MPa, respectivamente.

En la Tabla 4 se recogen las tensiones de la capa inferior de pretensado antes de la aplicación de la sobrecarga. Entre paréntesis se muestran los decrementos de tensión a largo plazo, a partir de la tensión inicial al pretensar.

Esta puede ser una forma de calcular el estado final de pretensado, tal como se calcula en [7]; si bien, no debe confundirse con las pérdidas totales de pretensado porque, como se expone en el apartado 2.2.2, éstas sólo incluyen las pérdidas instantáneas, las debidas a la interacción con los procesos reológicos del hormigón y a la relajación del mismo acero activo. En cambio, las que se dan en la tabla 4 incluyen también los incrementos de tensión provocados por las cargas externas (peso propio, cargas muertas...), que tienden a traccionar más el acero y, por lo tanto, a enmascarar las verdaderas pérdidas de pretensado. En el apartado 4.4 se proporcionan las pérdidas de pretensado calculadas atendiendo a la teoría establecida en 2.2.2.

El hecho de transferir a edad temprana el pretensado (3 días), conduce a una tensión final de los cordones inferior que en los

<sup>3</sup> Se muestran los resultados para el caso de referencia y el de construcción apeada de la losa con el fin de facilitar la comprensión de la figura. El caso de transferencia a tres días presenta un comportamiento intermedio entre ambos casos.

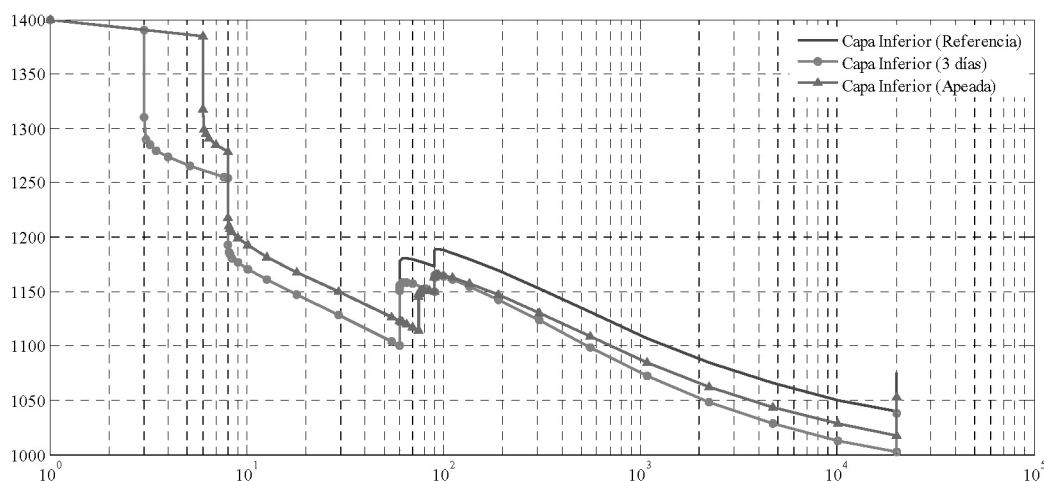


Figura 17. Evolución de las tensiones en la capa inferior de armadura pretensa de la viga.

Tabla 5. Tensiones a largo plazo en MPa en el postensado

	Referencia	Transferencia 3 días	Viga apeada
<b>Armadura postesa</b> <b>(<math>\sigma_{po}=1400</math> MPa)</b>	1.190,7 (-15,0%)	1.176,0 (-16,0%)	1.740,0 (-16,1%)

otros dos casos. Este hecho se debe a la existencia de un módulo de deformación del hormigón menor para la misma carga de pretensado transferida en todos los casos estudiados. Esto conlleva un mayor acortamiento elástico y, con el paso del tiempo, un desarrollo superior de las deformaciones por fluencia. Esta situación es la más desfavorable frente a las tracciones que aparecen en la fibra inferior de la viga. Ello se debe a que la predeformación remanente de los cordones es menor y, por consiguiente, la probabilidad de fisuración de la viga.

En la Figura 17 se ilustra la evolución de las tensiones con el tiempo de la capa inferior de pretensado; con ésta se quiere evidenciar lo anteriormente expuesto.

En la Figura 17, se aprecia un tramo inicial recto que corresponde a las pérdidas de tensión fruto de la relajación del acero activo entre el instante de tesado y la transferencia. Las únicas pérdidas instantáneas son las debidas al acortamiento elástico del hormigón, ya que la penetración de cuña se ha desprecia-

do en virtud de la longitud de bancada empleada (110 metros), aunque dicha consideración se pueden llevar a cabo con el modelo sin ninguna dificultad.

La tensión de pretensado mayor a largo plazo corresponde al caso de referencia. El hecho de aplicar el peso propio de la losa exclusivamente sobre la viga provoca la aparición de un incremento de tensión de tracción en el acero de pretesar tal como se recoge en la Tabla 2.

En cuanto el acero de postesar, la Tabla 5 resume los valores de las tensiones a largo plazo. Del mismo modo que en el acero de pretesar, se recoge entre paréntesis el ratio entre el incremento de tensión a largo plazo y la tensión inicial del postesado.

En la Figura 18 se presenta la evolución de las tensiones en la armadura postesa desde el tesado de los tendones hasta la aplicación de la sobrecarga a largo plazo.

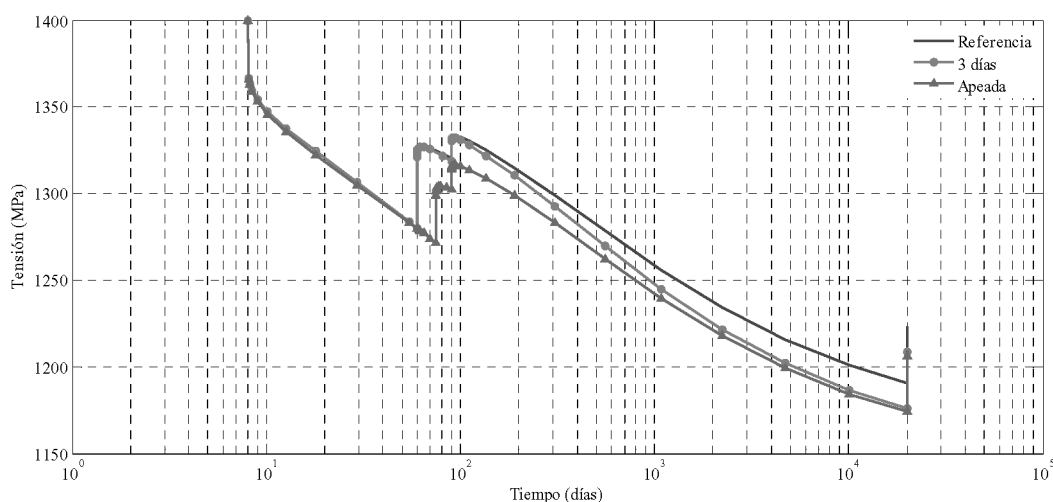


Figura 18. Evolución de las tensiones en la capa inferior de armadura postesa de la viga.

Tabla 6. Pérdidas de pretensado y postensado en KN atendiendo a los criterios del modelo AESS

	Referencia			Transferencia 3 días			Viga apeada		
	Iniciales	Diferidas	Totales	Iniciales	Diferidas	Totales	Iniciales	Diferidas	Totales
<b>Pretesado</b> $F_{po}=9.996,0\text{KN}$	590,9 (-5,9%)	2.004,2 (-20,0%)	2.595,1 (-26,0%)	641,2 (-6,4%)	2.220,4 (-22,2%)	2.861,6 (-28,6%)	590,9 (-5,9%)	2.008,3 (-20,1%)	2.599,2 (-26,0%)
<b>Postesado</b> $F_{po}=4.704,0\text{KN}$	0,0 (-0,0%)	881,3 (-18,7%)	881,3 (-18,7%)	0,0 (-0,0%)	930,5 (-19,8%)	930,5 (-19,8%)	0,0 (-0,0%)	890,7 (-18,9%)	890,7 (-18,9%)

En el caso de la armadura postesa, la tensión más elevada previa a la aplicación de la sobrecarga a largo plazo corresponde al caso de referencia, 1.190,7 MPa, frente a los 1.176,0 y 1.174,0 para el caso de transferir a los 3 días o en la situación de viga apeada respectivamente. Si bien, la razón de ello es similar a la argumentada para las armaduras pretesas: la carga de la losa recae sobre la viga exclusivamente, lo que provoca un mayor incremento de tensión en los tendones que en la configuración apeada de la viga. No obstante, se recuerda que ello no implica que las pérdidas de postesado sean mayores; pues se está considerando la evolución de tensiones incluyendo todos sus términos, sin discriminar entre incrementos de tensión debidos a cargas externas o a los procesos diferidos provocados por el comportamiento reológico del hormigón.

#### 4.4. Pérdidas de pretesado y de postesado

En la tabla 6 se recogen las pérdidas de pretensado y postesado tal como se consideran en este trabajo. En dicha tabla se han separado la componente instantánea (inicial) de la diferida, para luego sumarlas y obtener las pérdidas totales.

A la luz de los resultados reflejados en la tabla 6 cabe señalar las siguientes reflexiones:

- La transferencia a una edad temprana con hormigones con velocidad de endurecimiento normal, como el que se emplea en este análisis, provoca unas pérdidas por acortamiento elástico mayores y, a la postre, menos capacidad para contrarrestar las tensiones de tracción que provoca la sobrecarga a largo plazo.
- La similitud de las pérdidas obtenidas para el caso de referencia y el caso de construcción apeada (26,0% en ambos casos para el pretensado y 18,7% o 18,9% para el postesado, respectivamente) demuestra que, a largo plazo, los efectos del apeo o no apeo de la losa de compresión no influyen en el cálculo de las pérdidas de pretensado y/o postesado. Si bien, si que tienen influencia en el comportamiento en servicio (fisuración, deformaciones...) como se ha visto en el estudio de las fibras extremas de la viga.

#### 4.5. Capacidad resistente de la sección a la descompresión, fisuración y rotura.

Una vez resuelto el problema del análisis evolutivo cabe plantearse la verificación de la respuesta seccional a la des-

compresión  $M_{des}$ , a la fisuración  $M_{fis}$  y en rotura  $M_u$ . Para las dos primeras cargas es necesario emplear los diagramas momento-curvatura, sin embargo, para el cálculo de la capacidad última se puede acudir, alternativamente, a los diagramas de interacción momento-axil de la sección. El uso de una u a otra técnica puede comportar diferencias sensibles, pues las hipótesis y método de proceder son distintos:

- El empleo de la técnica de los diagramas de pivotes prescinde de la historia evolutiva de la sección; exclusivamente requiere las resistencias de los materiales minoradas adecuadamente y de la definición de unas deformaciones máximas admisibles para los materiales. Finalmente, las pérdidas de pretensado y postesado, que pueden haber sido calculadas de forma simplificada [14], o como se ha llevado a cabo en este trabajo<sup>4</sup>, se introducen como una predeformación para obtener, mediante la integración de los distintos planos de agotamiento, el diagrama de interacción momento – axil de la sección.
- El planteamiento basado en los diagramas momento – curvatura sí que permite considerar la historia evolutiva de la sección; concretamente, la consideración del apeo o no apeo de la viga durante el hormigonado de la losa. Asimismo, ésta es la metodología óptima para abordar el cálculo no lineal, pues se emplean las ecuaciones constitutivas adecuadas para cada material, se tiene en cuenta el proceso evolutivo de carga con la configuración de la sección en cada etapa y, además, se emplean las pérdidas de pretensado y postesado afines al proceso constructivo empleado en cada caso.

En la Figura 19 se representan los diagramas momento – curvatura obtenidos en cada caso y en la tabla 7 la estimación de los momentos de descompresión, fisuración y rotura.

Nótese que el apeo de la viga mejora considerablemente la respuesta en servicio de la pieza compuesta, dando una resistencia mayor a la descompresión y a la fisuración de la sección, un 25,7% y 21,1% mayores respectivamente frente al caso de transferencia en tres días.

La acción del peso propio de la losa sobre la viga, cuando ésta no se apea durante su ejecución, puede considerarse como una presolicitación de las fibras de la viga, con la que se tracciona la fibra inferior y se disminuye así su resistencia frente a la descompresión y a la fisuración. Sin embargo, esta

<sup>4</sup> Ello no implica que en el cálculo en rotura mediante los diagramas de pivotes se tenga en cuenta la historia evolutiva de la sección.

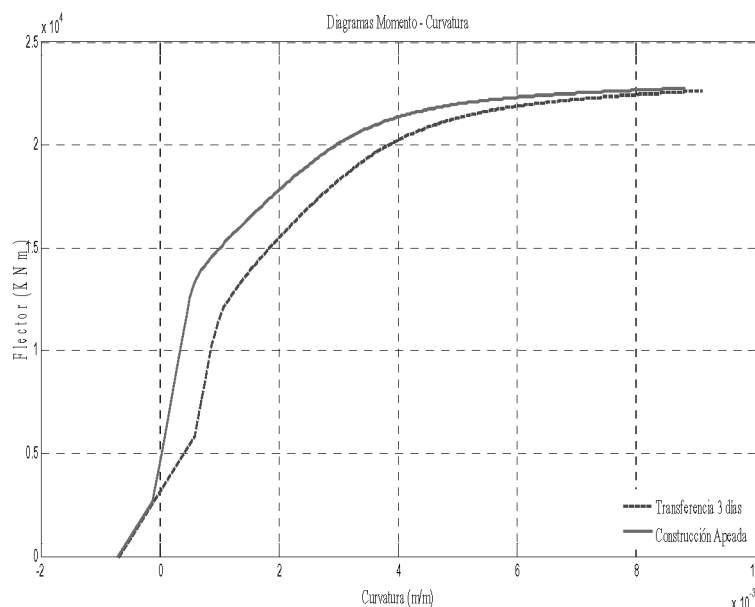


Figura 19. Diagramas momento-curvatura para cada situación constructiva.

Tabla 7. Momentos característicos de la sección compuesta en KNm según el proceso constructivo

	Referencia	Transferencia 3 días	Viga apeada
<b>Descompresión</b>	7.857,1	7.564,9	10.182,6
<b>Fisuración</b>	10.034,2	9.740,9	12.356,3
<b>Rotura</b>	21.727,6	21.715,4	21.785,6

presolicitación garantiza una capacidad de giro en rotura ligeramente superior (4,3%) respecto al caso apeado.

La figura 19 corrobora, además, que la capacidad resistente última  $M_u$  es prácticamente independiente del proceso constructivo empleado cuando se goza de la ductilidad necesaria, como

en este caso. Aquí la rotura de la sección se produce en las tres situaciones constructivas por alargamiento excesivo de la capa inferior de acero pasivo de la viga (10,0%).

En la figura 20 se presenta el diagrama de interacción momento-axil de la sección compuesta en su configuración

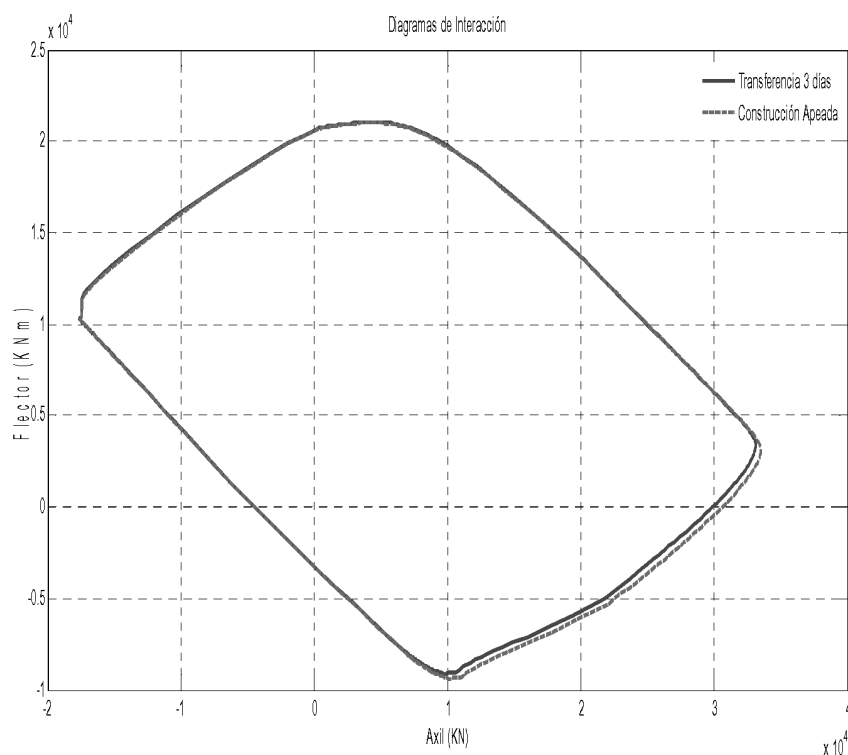


Figura 20. Diagrama de interacción moment-axil de la sección compuesta.

Tabla 8. Momentos últimos (KNm) según la situación constructiva considerada

	Referencia	Transferencia 3 días	Viga apeada
<b>Momento último</b>	20.869,5	20.859,2	20.871,0

final y en la Tabla 8 se incluyen los valores obtenidos para los momentos de agotamiento en cada situación constructiva.

Los resultados obtenidos con el método de los diagramas de interacción no difieren entre sí más de un 0,05%, pues el plano de rotura pivota sobre el punto de deformación máxima de la capa inferior de acero pasivo (10,0‰) y, por lo tanto, la rotura es dúctil. Esto conduce a que el modo de rotura sea independiente de la predeformación remanente del acero activo tras las pérdidas de pretensado a largo plazo.

En este caso, al producirse una rotura dúctil, los resultados obtenidos entre el método de los diagramas de pivote y los diagramas momento – curvatura no varían en más de un 4%. Ello se debe principalmente al empleo de ecuaciones constitutivas y coeficientes de minoración de los materiales distintos entre ambos métodos. Entonces, el empleo de uno u otro método en situaciones como las que aquí se han planteado, es prácticamente equivalente; si bien, el primero tiene sus limitaciones y, en casos en que la rotura sea frágil o haya fuertes redistribuciones, puede no capturar sus consecuencias y proponer resultados del lado de la inseguridad (de ahí los coeficientes de minoración de resistencias de los materiales).

## 5. CONCLUSIONES

Se ha presentado una modelo general de análisis de secciones construidas evolutivamente y compuestas por diversos materiales tipo hormigón y acero. El modelo es válido para el análisis en régimen lineal de los materiales hasta estado avanzados de carga, pues se han implementado los modelos necesarios para tener en cuenta las principales no linealidades (plastificación, abolladura, fluencia a altas tensiones...) y es válido para hormigones de hasta 100 MPa, incluso reforzados con fibras de acero.

Para resolver el problema de las deformaciones diferidas del hormigón se ha acudido al *Método del Módulo de Deformación Ajustado a la Edad*<sup>5</sup>, aprovechando que en los últimos tiempos se ha trabajado en una formulación para la estimación del coeficiente de envejecimiento  $\chi$  con el que se logran resultados con excelente precisión, lo que le convierte en un método muy robusto y, sobre todo, rápido, que lo hace apto para el empleo en la comprobación y diseño de secciones que se emplean con frecuencia en la prefabricación. En este ámbito, el modelo desarrollado en *AESS* puede tener una mayor incidencia, pues éste permite al técnico usuario del programa la optimización de los materiales teniendo en cuenta todas las etapas, desde el hormigonado y transferencia del pretensado hasta la rotura en la configuración final de la sección.

<sup>5</sup> En [18 y 19] se demuestra que este método también es válido para secciones mixtas.

Con el fin de ilustrar las capacidades del programa y demostrar su potencial para el análisis de secciones con fuerte componente evolutiva, se han presentado un ejemplo con el que se ha probado que:

- Las condiciones de vinculación en construcción bajo la forma de apeo o no apeo de la estructura tienen una influencia considerable en servicio pero que a largo plazo desaparecen sus efectos. Las pérdidas de la fuerza de pretensado han resultado ser mayores para el caso apeado debido al mayor efecto de las deformaciones por fluencia.
- Haciendo uso del método de los ELU como técnica de análisis en rotura, se ha comprobado que la resistencia última no es sensible al proceso constructivo, salvo en el valor de la fuerza de pretensado. Por este motivo no se pueden capturar fenómenos como el aumento de ductilidad o fallos prematuros como puede hacerse en un cálculo no lineal mediante diagramas momento-curvatura. Sin embargo, este método de análisis es el que se recoge en todos los códigos y normativas para abordar el cálculo en rotura de la sección obviándose, de este modo, los efectos que induce la construcción por etapas.

Además, se ha contrastado el modelo con otro ya sancionado por la práctica y que permite plantear análisis seccionales no lineales con carga evolutiva como el que aquí se plantea.

## Agradecimientos

Este trabajo es fruto de un convenio de colaboración entre la Universidad Politécnica de Cataluña y la empresa de prefabricados PRECON S.A, del grupo Cementos Molins. En esta última, Jaime Armengou y Josep Serarols han participado activamente. También se agradecen todas las aportaciones realizadas por Antonio Ricardo Marí, por toda la información cedida en formulaciones y modelos para el análisis en el tiempo de secciones construidas evolutivamente, así como a Juan Carlos Rosa y a Bernat Viñolas.

## REFERENCIAS

- [1] Trost, H., *Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech und Relaxations Probleme bei Beton und Spannbeton*, Beton und Stahlbetonbau 62, N° 10, Alemania, 1967.
- [2] Fernández Ruiz M., *Evaluación no lineal de los efectos estructurales producidos por las deformaciones diferidas del hormigón y el acero*, Tesis doctoral (Dir. F. del Pozo) UPM, Ed. ACHE, 2003.
- [3] De la Fuente Antequera A., *Análisis no lineal y comportamiento en servicio y rotura de secciones construidas evolu-*



tivamente sometidas a flexocompresión recta, Tesina de Especialidad (Dir. A. Aguado de Cea y C. Molins Borrell) UPC, Barcelona, 2007.

[4] Torres Llinàs, Ll., *Modelo numérico y verificación experimental del comportamiento en servicio de estructuras de hormigón*, Tesis Doctoral (Directores: L. Manuel Bozzo y M. López Almansa) UPC-UPG, Barcelona, 2001.

[5] Módol, T; *Análisis en el tiempo de puentes isostáticos compuestos por vigas prefabricadas de hormigón pretensado y losa superior construida in situ*. Tesina de especialidad (Dir. A. R. Marí), ETSECCPB, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1992.

[6] *Recomendaciones para el proyecto de estructuras de hormigón de alta resistencia*, Monografía M-8, Ed. ACHE, 2004.

[7] Marí, Bernat, A., Valero, López, I., Montaner, Fragüet, J., *Evaluación de flechas y estados tensodeformacionales en servicio, en puentes isostáticos de vigas prefabricadas de hormigón pretensado*, Hormigón y Acero, Nº 202, 4º Trimestre 1996, 2-58.

[8] Thorenfeldt, E., Tomaszewicz, A., Jensen, J. J., *Mechanical properties of High – Strength Concrete and application in design*. Proceedings of the simposio “Utilization of High Strength Concrete”, Stavanger, 1987.

[9] Gilbert, R.I., Warner, R.F. (1978). *Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs*, Journal of the Structural Div., ASCE, 104(12), 1885 – 1900. Discussion (1980), 106(1), 359 -361.

[10] CEB (M. A. Chiorino et al.). *Manuel de Calcul. Effets structuraux du fluage et des déformations différées du béton*. Bulletin d'Information nº.80. Comité Euro-Internatinal du Béton. Paris, 1972.

[11] *Código modelo CEB-FIB 1990 para hormigón estructural*, Ed. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y puertos.

[12] GEHO. G.T. II/3 (1998). *Caracterización de las propiedades diferidas del hormigón y su incidencia estructural*. Boletín Nº 22.

[13] Fernández, Ruiz, M., del Pozo, Vindel, F., Arrieta, Torrealba, J.M., *Estudio sobre el comportamiento no lineal de la fluencia: Propuesta de comparación con resultados experimentales y modelos teóricos*, Hormigón y Acero, Nº 231, 2004, 75-86.

[14] EHE, *Instrucción de Hormigón Estructural*, Ministerio de Fomento, Secretaría General Técnica, Servicio de Publicaciones, 1999.

[15] Marí Bernat, A., Barain Garcia, J.M., *Modelo simplificado para el análisis de efectos diferidos y proyecto de estructuras prefabricadas compuestas construidas evolutivamente*, Congreso Sociedad Mexicana de Ingeniería estructural, Artículo 014, 2002, 13-24.

[16] Comité Euro Internacional du Béton (CEB) (1984). *Structural effects of Time – Dependent Behaviour of Concrete*. Butllet d'Information nº 158-E.

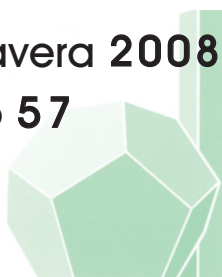
[17] *Recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para carreteras*. RPX – 95. Ministerio de Fomento, 1996.

[18] Fernández Ruiz M., *Estudio y comparación de diferentes métodos de cálculo para el análisis de redistribuciones a nivel de sección y estructura debidas a deformaciones diferidas en el hormigón*, Hormigón y Acero, Nº 227, 1º Trimestre 2003, 75-88.

[19] Pérez Caldentey A., Corres Peiretti H., *Redistribución de esfuerzos en estructuras mixtas: un planteamiento general basado en el coeficiente de envejecimiento*, Hormigón y Acero, Nº 192, 1994, 9-36.

## Tecnología de la Construcción y de sus Materiales

Primavera 2008  
Ciclo 57



El Instituto de Ciencias de la Construcción *Eduardo Torroja*, del CSIC, viene organizando seminarios monográficos sobre temas de actualidad en el ámbito de la Tecnología de la Construcción y de sus Materiales, a cargo de destacados investigadores nacionales y extranjeros del Sector.

**10 ABRIL**  
12,00 h

**Ignasi Jarauta Bragulat**

Ingeniero Industrial

ASOC. NACIONAL DE  
FABRICANTES DE ADITIVOS PARA  
HORMIGÓN Y MORTERO  
(ANFAH)

**El hormigón  
autocompactante**

**24 ABRIL**  
12,00 h

**José Emilio Herrero Benítez**

Ingeniero de Caminos, C y P  
FERROVIAL - AGROMÁN, MADRID

**Cimbras autolanzables  
y otros equipos para la  
construcción de  
puentes y viaductos**

**8 MAYO**  
12,00 h

**Julián Salas Serrano**

Dr. Ingeniero Industrial

INSTITUTO EDUARDO TORROJA,  
CSIC, MADRID

**Ante el gran reto de la  
edificación a nivel  
mundial:  
las necesidades  
abrumadoras**

**29 MAYO**  
12,00 h

**Lidia Argelia Juárez Ruiz**

Maestra en Ciencias  
CIIDIR - INSTITUTO  
POLITÉCNICO NACIONAL,  
OAXACA, MÉXICO

**Absorción de agua  
en el hormigón**

**12 JUNIO**  
12,00 h

**César Ruiz Larrea**

Arquitecto

ESCUELA TS DE ARQUITECTURA,  
UPM

**Nuevos paradigmas:  
industrialización y  
sostenibilidad en la  
arquitectura**

**26 JUNIO**  
12,00 h

**Mercedes Sánchez Moreno**

Dra. en Ciencias Químicas  
INSTITUTO EDUARDO TORROJA,  
CSIC, MADRID

**Contribución de los  
métodos de protección  
en la vida útil de las  
estructuras**

Estos Seminarios se celebran en el Aula Eduardo Torroja del Instituto, que está situado en la c/ Serrano Galvache, 4 (acceso por Arturo Soria, frente al núm. 278), y tienen lugar normalmente los jueves alternos a las 12:00 horas. Su duración aproximada es de dos horas, incluyendo la ponencia y el coloquio que se realiza a continuación. La asistencia a los mismos tiene carácter libre y gratuito.